

Primer Parcial

1. (5 pts.) Supongamos que la distribución a priori de algún parámetro θ es Beta con media $1/3$ y varianza $1/45$. Determine la distribución a priori de θ .
2. (9 pts.) Sea θ el número promedio de defectos por cada 100 metros en una cierta cinta magnética. Supongamos que el valor de θ es desconocido y que la distribución a priori de θ es una distribución Gamma con parámetros $\alpha = 2$ y $\beta = 10$. Cuando se examina una cinta de 1200 metros, se encuentran exactamente cuatro defectos. Determine la distribución a posterior de θ .
3. (7 pts.) Supongamos que la proporción θ de artículos defectuosos en una gran lote es desconocida. Se asume una distribución a priori para θ como una Beta con parámetros $\alpha = 5$ y $\beta = 10$. Supongamos que se seleccionan 20 artículos al azar y que exactamente un artículo resulta defectuoso. Si se utiliza la función de pérdida del error cuadrático, determine cuál es el estimador de Bayes para θ .

Bono: ¿Cuál es el estimador de Bayes si la función de pérdida es la del error absoluto?

4. (6 pts.) Supongamos que X_1, \dots, X_n es una muestra aleatoria de una distribución normal con media desconocida μ y varianza conocida σ^2 . Cuán grande tiene que ser la muestra para que el intervalo de confianza para μ sea un intervalo del 95% y longitud menor a $0,05\sigma$.
5. (8 pts.) Supongamos que X_1, \dots, X_n es una muestra aleatoria de una distribución normal con media desconocida μ y precisión desconocida τ , y que la distribución a priori conjunta de μ y τ es una distribución normal-gamma que satisface las siguientes condiciones:

$$E(\tau) = 1, \text{Var}(\tau) = 1/3, \text{Pr}(\mu > 3) = 0,5, \text{Pr}(\mu > 0,12) = 0,19$$

Determine los hiperparámetros de la distribución a priori $\mu_0, \lambda_0, \alpha_0, \beta_0$.