Universidad Simón Bolívar
Departamento de Cómputo Cientifico
y Estadística
CO6341 Sep-Dic 2002

Nombre: ____________________

Carnet: ____________________

Profesor: ____________________

Primer Parcial

1. (8 ptos.) Supóngase que se desconoce la proporción θ de un gran cargamento de artículos defectuosos. Supóngase que después de que se han observado tres artículos defectuosos entre 100 artículos seleccionados al azar, la distribución final que se le asigna a θ es una distribución beta con media $2/51$, y varianza $98/[(51)^2(103)]$. ¿Cuál distribución inicial se le asignó a θ?.

2. (12 ptos.) Sea $\xi(\theta)$ una f.d.p. que se define como sigue para constantes $\alpha > 0$ y $\beta > 0$:

$$\xi(\theta) = \begin{cases} \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}\theta^{-(\alpha+1)}e^{-\beta/\theta} & \text{para } \theta > 0 \\ 0 & \text{para } \theta \leq 0 \end{cases}$$

Demuéstrese que esta familia es una familia conjugada de distribuciones iniciales para muestras de una distribución normal con un valor conocido de la media μ y valor desconocido de la varianza θ.

3. (10 ptos.) Supóngase que el tiempo requerido en minutos para atender un cliente en cierto servicio tiene una distribución exponencial con parámetro θ desconocido, y que la distribución inicial de θ es una gamma con media 0.2 y desviación típica 1. Sea $\sigma/|\mu|$ el coeficiente de variación con $\mu \neq 0$ y $\sigma > 0$. El coeficiente de variación de la distribución inicial gamma de θ es 2. ¿Cuál es el menor número de clientes que se debe observar para reducir el coeficiente de variación de la distribución final a 0.1?

4. Considere las condiciones del problema 1.

   (a) (4 ptos.) ¿Cúal es el estimador de Bayes ($\delta^*(X)$) de θ?

   (b) (11 ptos.) Sabiendo que el error cuadrático medio de un estimador $\delta^*(X)$ (ECM) se calcula como:

   $$ECM = Sesgo^2(\delta^*(X)) + Varianza(\delta^*(X))$$

   donde el Sesgo se calcula como $E[\delta^*(X)|\theta] - \theta$, y el valor esperado se calcula con respecto a la distribucion muestral de X, provea una expresión del ECM en función de θ para el estimador de Bayes de este problema.